

## Rechnen mit DeziBel

### Formeln zum Rechnen mit Dezibel und dem Zehner-Logarithmus

#### Hintergrund:

- Verstärkungen und Dämpfungen sind **einheitenlose** Verhältnisse (von Spannungen oder Leistungen).
- Solche Verhältnisbildungen werden in der Technik oft verwendet. Zum Beispiel als „Verstärkungsfaktor“. Anstatt Faktor kann man auch das sog. **Mass** in der Pseudo-Einheit **Dezibel** angeben.
- Dabei wird das Verhältnis logarithmiert (Zehnerlogarithmus, lg, Taste „log“ auf dem Taschenrechner). Dadurch werden Unterschiede um Zehnerpotenzen zu Unterschieden um konstante Werte. Eine logarithmische Grafik enthält also die Marken 0.1 1 10 100 1000 usw. in gleichem Abstand.
- Für solch logarithmierte Gebilde kam offenbar das Bedürfnis nach einer "Einheit". Die Einheit **Bel** war erfunden. Da die Zahlen für die Praxis zu klein waren, rechnet man den Wert bei Spannungsverhältnissen mal 20, bei Leistungsverhältnissen mal 10, so dass das Verhältnis in **dezi-Bel (Zehntel Bel)** angegeben werden kann. **Abkürzung: dB**.

#### Wissenswertes zum Zehnerlogarithmus

- Der Zehner-Logarithmus ist die Umkehrfunktion der Zehner-Exponentialfunktion:  
Wenn  $10^b = a$  ist, so ist  $\lg(a) = b$
- Der Logarithmus einer Zahl grösser als 1 ist positiv
- Der Logarithmus von 1 ist null
- Der Logarithmus einer Zahl grösser 0 aber höchstens 1 ist negativ
- Der Logarithmus einer negativen Zahl ist nicht definiert, existiert also nicht!

#### Umrechnungstabelle mit häufigen Werten (berechnet mit den Formeln):

<b>Verstärkung oder Dämpfung</b>	Definition bezüglich Leistungen	Definition bezüglich Spannungen
Ein Verstärkungsfaktor ist normalerweise >1. Ein Verstärkungsfaktor < 1 ist eine Dämpfung. Ein Verstärkungsmass ist normalerweise > 0dB. Ein Verstärkungsmass < 0dB ist eine Dämpfung.	$a = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{\text{gross}}}{P_{\text{klein}}}\right)$	$a = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_{\text{gross}}}{U_{\text{klein}}}\right)$
Bei Verstärkung (Ausgang > Eingang):	(Pout/Pin)	(Uout/Uin)
Bei Dämpfung (Eingang > Ausgang):	(Pin/Pout)	(Uin/Uout)
<b>Verstärkungs- oder Dämpfungsfaktor</b> (Verhältnis Volt zu Volt oder Watt zu Watt):	<b>Verstärkungs- oder Dämpfungsmass bezügl. Leistung</b>	<b>Verstärkungs- oder Dämpfungsmass bezügl. Spannung</b>
Faktor 1, keine Dämpfung, keine Verstärkung	0dB	0dB
um Faktor 2 (Verdoppelung bzw. Halbierung)	3 dB	6 dB
um Faktor 4	6 dB	12 dB
um Faktor 8	9 dB	18 dB
um Faktor 16	12 dB	24 dB
usw.		
Faktor 1, keine Dämpfung, keine Verstärkung	0dB	0dB
um Faktor 10	10 dB	20 dB
um Faktor 100	20 dB	40 dB
um Faktor 1000	30 dB	60 dB
um Faktor 10'000	40 dB	80 dB
usw.		

Formeln und Beispiele mit allen 6 Möglichkeiten. Lernen Sie, Ihren Rechner korrekt zu bedienen!!!

Zu beachten: Das stärkere Signal ist immer im Zähler des Bruches.

**Dämpfungen:** Eingangswerte ( $U_{in}$  oder  $P_{in}$ ) sind im Zähler, also grösser als die Ausgangswerte!

Definitions-gleichungen	aufgelöst nach den andern Variablen	Zahlenbeispiel:	Lösung für die fehlende Variable (mit Einheit!)
Spannungsdämpfung: $a = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_{in}}{U_{out}}\right)$	-----	$U_{out} = 765 \text{ mV}$ $U_{in} = 2 \text{ V}$	
Spannungsdämpfung: $a = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_{in}}{U_{out}}\right)$	$U_{out} = \frac{U_{in}}{10^{(a/20)}}$	Dämpfung = 4 dB $U_{in} = 1,5 \text{ V}$	
Spannungsdämpfung: $a = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_{in}}{U_{out}}\right)$	$U_{in} = U_{out} \cdot 10^{(a/20)}$	Dämpfung = 6 dB $U_{out} = 8 \text{ V}$	
Leistungsdämpfung: $a = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{in}}{P_{out}}\right)$	-----	$P_{in} = 30 \text{ W}$ $P_{out} = 10 \text{ W}$	
Leistungsdämpfung: $a = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{in}}{P_{out}}\right)$	$P_{out} = \frac{P_{in}}{10^{(a/10)}}$	Dämpfung = 18dB $P_{in} = 10 \text{ W}$	
Leistungsdämpfung: $a = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{in}}{P_{out}}\right)$	$P_{in} = P_{out} \cdot 10^{(a/10)}$	Dämpfung = 6 dB $P_{out} = 8 \text{ W}$	

**Verstärkungen:** Ausgangswerte ( $U_{out}$  oder  $P_{out}$ ) sind im Zähler, also grösser als die Eingangswerte!

Definitions-gleichungen	aufgelöst nach den andern Variablen		
Spannungsverstärkung $a = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right)$	-----		
Spannungsverstärkung $a = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right)$	$U_{in} = \frac{U_{out}}{10^{(a/20)}}$		
Spannungsverstärkung $a = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right)$	$U_{out} = U_{in} \cdot 10^{(a/20)}$		
Leistungsverstärkung $a = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)$	-----		
Leistungsverstärkung $a = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)$	$P_{in} = \frac{P_{out}}{10^{(a/10)}}$		
Leistungsverstärkung $a = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)$	$P_{out} = P_{in} \cdot 10^{(a/10)}$		