Übungsaufgaben (grösstenteils gleich wie im Hauptdokument)

Formeln:

Abbildungsgesetz $\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

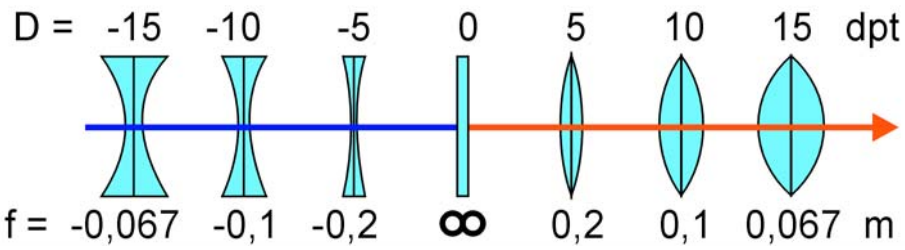
Abbildungsmassstab $A = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

Linsengleichung $\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}}$

Brechwert der Linse $\boxed{D = \frac{1}{f}}$

Ihr Wert wird vor allem in der Augenoptik in der abgeleiteten Einheit **Dioptrie** (Einheiten-Zeichen **dpt**) angegeben, sie ist auch der Kehrwert von Metern $\frac{1}{m} = m^{-1}$.

Beispiele D und f verschiedener Linsen:



Wie aus der Abbildung ersichtlich ist, haben **Zerstreuungslinsen negative Brechwerte D und negative Brennweiten f**.

Die negativen Werte sowohl für die Bildweite b wie auch für die Bildgrösse B deuten auf ein **virtuelles Bild** hin. Das Bild B kann **nicht** z.B. auf einem Schirm abgebildet werden.

Brechwert von Linsensystemen mit eng benachbarten Linsen

Ist der Abstand der einzelnen Linsen klein gegenüber den Einzelbrennweiten, so berechnen sich die Gesamtbrennweite f_{ges} und der Gesamtbrechwert D_{ges} des Linsensystems aus den Brennweiten und den Brechwerten der einzelnen Linsen:

$$\boxed{\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \ldots}$$

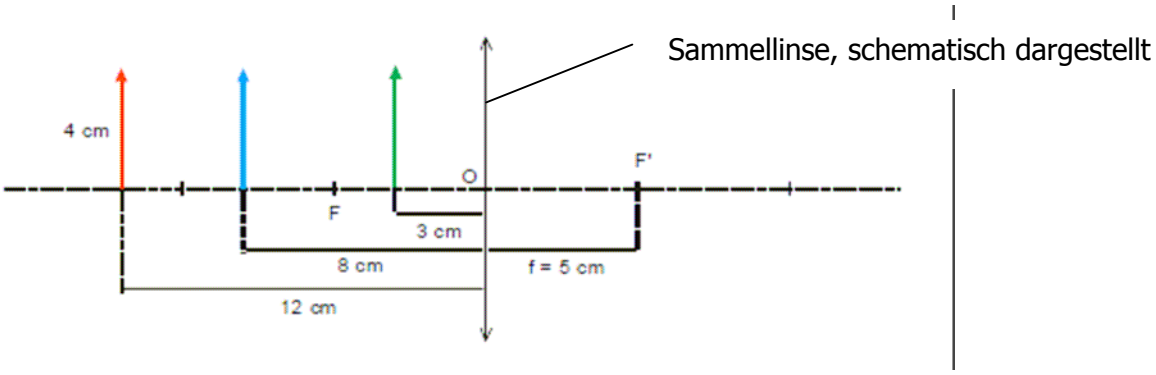
$$\boxed{D_{ges} = D_1 + D_2 + \ldots}$$

f	Brennweite des Linsensystems in m	D	Brechwert des Linsensystems in dpt
f_1	Brennweite der 1. Linse in m	D_1	Brechwert der 1. Linse in dpt
f_2	Brennweite der 2. Linse in m	D_2	Brechwert der 2. Linse in dpt

Hierbei muss beachtet werden, dass **bei Zerstreuungslinsen** (Konkavlinsen) die **Brennweite** und der **Brechwert negativ** sind.

Aufgaben

1)
Ein Gegenstand der Höhe 4 cm wird an drei Positionen vor eine Sammellinse gesetzt.
Berechnen Sie die Abbildungsmassstäbe für diese drei Positionen.



2)
Wie gross ist die Bildweite eines 8 m von der Linse entfernten Gegenstandes, wenn die Linse eine Brennweite von 45 mm hat?

3)
Wie gross ist der Brechwert einer Linse, deren Brennweite 150 mm beträgt?

4)
Der Brechwert einer Linse beträgt –50 dpt. Wie gross ist ihre Brennweite? Um was für eine Linse handelt es sich?

5)
Eine Linse besitzt einen Brechwert von 12 dpt. Wie gross ist die Bildweite, wenn die Gegenstandsweite 104 cm beträgt?

6)
Mithilfe einer Sammellinse soll eine brennende Kerze auf einem Schirm scharf abgebildet werden. Die Sammellinse hat eine Brennweite von 100 mm. Die Kerze befindet sich 18 cm von der Linse entfernt. In welcher Entfernung von der Linse muss der Schirm aufgestellt werden?

7)
Das Bild an einer Sammellinse sei verkleinert, umgekehrt und reell. Was können Sie über die Gegenstandsweite und die Bildweite sagen?

8)
Eine Linse hat eine Brennweite von f = 15 cm und bildet einen 5 cm hohen Gegenstand 25 cm hinter der Linse ab. Bestimmen Sie die Gegenstandsweite.

9)
Ein 5 cm hoher Gegenstand steht 20 cm vor einer Linse mit der Brennweite f = 15 cm.
Wie gross sind die Bildweite, die Bildgrösse und die Vergrösserung (Abbildungsmassstab)?

10)
Ein Gegenstand steht 20 cm vor einer Zerstreuungslinse mit der Brennweite f = −16 cm.
Wie weit ist das Bild von der Linse entfernt? Um welche Art von Bild handelt es sich?

11)
Eine Linse mit der Brennweite f = 8 cm erzeugt ein Bild im Abstand von 50 cm von der Linse entfernt. Bestimmen Sie die Gegenstandsweite, den Abbildungsmassstab und den Brechwert der Linse.

12)
Durch eine Linse mit dem Brechwert D = 5 dpt soll ein Gegenstand 5-fach vergrössert werden.
Welche Brennweite hat die Linse und wie weit vor der Linse muss der Gegenstand platziert werden?

13) Sammellinse

In welcher Entfernung von einer Sammellinse mit einer Brennweite von 3 cm wird ein Gegenstand scharf abgebildet, wenn dieser sich 9 cm vor der Linse befindet?

14) Fotoapparat

Mit einer Kleinbildkamera der Brennweite 50 mm soll eine Person von 1.8 m Grösse im Hochformat formatfüllend fotografiert werden. Bei Hochformat beträgt die maximale Bildgrösse 36 mm. Wie gross muss die Gegenstandsweite sein?

15) Abbildung vom Mond

Mit der gleichen Kleinbildkamera wie in Aufgabe 23) soll der Mond (G = 3‘476 km und g = 384‘400 km) abgebildet werden.

a) Berechnen Sie die Bildgrösse.

b) Berechnen Sie die Bildgrösse des Mondes, wenn Sie als Objektiv ein Teleskop mit einer Brennweite von 1‘500 mm nehmen würden.

16) Lupe

Eine Sammellinse (f = 5 cm) soll als Lupe zur Betrachtung eines 4.9 cm entfernten Objektes der Grösse 1 mm benutzt werden. Wie gross ist das Bild und wo entsteht es?

17) Linsensystem

Ein Objektiv besteht aus den drei eng aneinander liegenden Linsen mit Brennweiten von 70 mm, 95 mm und 115 mm. Welche Brennweite besitzt dieses Objektiv?

18) Linsensystem

Die Brennweite eines Linsensystems beträgt 55 mm. Es besteht aus drei Linsen. Die Linse 1 hat eine Brennweite von 100 mm, die zweite Linse einen Brechwert von 6 dpt. Welche Brennweite besitzt die dritte Linse des Systems?

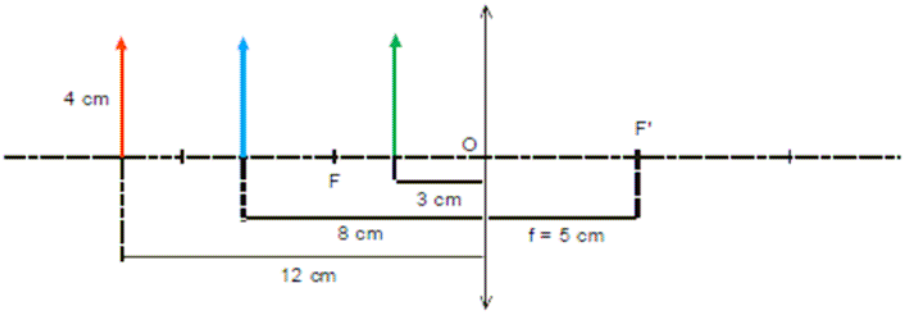
19)

Welche Aussage ist falsch?

(A) Zerstreuungslinsen haben eine konkave Form.
(B) Ist der Brechwert kleiner als 1, deutet das auf ein virtuelles Bild hin.
(C) Bei Zerstreuungslinsen entstehen virtuelle Bilder.
(D) Bei Zerstreuungslinsen ist die Brennweite immer negativ.
(E) An Sammellinsen können virtuelle Bilder entstehen.

Lösungen

Aufgabe 1



g = 12 cm :

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\rightarrow b=\frac{g\cdot f}{g-f}=\frac{0.12m\cdot 0.05m}{0.12m-0.05m}=0.0857m$$

$$\underline{A=}\frac{b}{g}=\frac{0.0857m}{0.12m}\underline{\underline{=0.714}}$$ → **Verkleinerung → 1. Fall**

g = 8 cm :

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\rightarrow b=\frac{g\cdot f}{g-f}=\frac{0.08m\cdot 0.05m}{0.08m-0.05m}=0.133m$$

$$\underline{A=}\frac{b}{g}=\frac{0.133m}{0.08m}\underline{\underline{=1.667}}$$ → **Vergrösserung → 3. Fall**

g = 3 cm :

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\rightarrow b=\frac{g\cdot f}{g-f}=\frac{0.03m\cdot 0.05m}{0.03m-0.05m}=-0.075m$$ **Negative Bildweite → virtuelles Bild!**

Die negative Bildweite deutet auf ein virtuelles Bild hin!

Für den Abbildungsmassstab nimmt man eher die vorzeichenlosen Grössen oder Weiten, deshalb hier das **Betrag**szeichen bei b:

$$\underline{A=}\frac{|b|}{g}=\frac{0.075m}{0.03m}\underline{\underline{=2.5}}$$ → **Vergrösserung, → 5. Fall (= Lupe, virtuelles Bild)**

Falls man für b –0.0075 nimmt, wird natürlich auch A negativ, was eben wegen der virtuellen Abbildung der Fall wäre. Die Aussage macht aber wenig Sinn („das Bild ist **minus 2,5x** so gross wie der Gegenstand"). Das Grössenverhältnis ja trotzdem 2,5:1.

Aufgabe 2
Wie gross ist die Bildweite eines 8 m von der Linse entfernten Gegenstandes, wenn die Linse eine Brennweite von 45 mm hat?

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\rightarrow \underline{b=}\frac{g\cdot f}{g-f}=\frac{8m\cdot 0.045m}{8m-0.045m}=0.0453m\underline{\underline{=45.3mm}}\approx f$$

Dadurch, dass der Gegenstand sehr weit von der Linse entfernt ist (g = 8 m), rückt die Bildweite b immer mehr an den Brennpunkt f heran.

Aufgabe 3
Wie gross ist der Brechwert einer Linse, deren Brennweite 150 mm beträgt?

$$\underline{D=}\frac{1}{f}=\frac{1}{0.15m}=6.67\frac{1}{m}=6.67m^{-1}\underline{\underline{=6.67dpt}}$$

Aufgabe 4
Der Brechwert einer Linse beträgt –50 dpt. Wie gross ist ihre Brennweite? Um was für eine Linse handelt es sich?

$$\underline{f=}\frac{1}{D}=\frac{1}{-50dpt}=-0.02m\underline{\underline{=-20mm}}$$

Es handelt sich um eine Zerstreuungslinse bzw. Konkavlinse, weil wir eine negative Brennweite haben.

Aufgabe 5
Eine Linse besitzt einen Brechwert von 12 dpt. Wie gross ist die Bildweite, wenn die Gegenstandsweite 104 cm beträgt?

$$f=\frac{1}{D}=\frac{1}{12dpt}=0.0833m$$

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\rightarrow \underline{b=}\frac{g\cdot f}{g-f}=\frac{1.04m\cdot 0.0833m}{1.04m-0.0833m}=0.0906m\underline{\underline{=90.6mm}}$$

Aufgabe 6
Mithilfe einer Sammellinse soll eine brennende Kerze auf einem Schirm scharf abgebildet werden. Die Sammellinse hat eine Brennweite von 100 mm. Die Kerze befindet sich 18 cm von der Linse entfernt. In welcher Entfernung von der Linse muss der Schirm aufgestellt werden?

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\rightarrow \underline{b=}\frac{g\cdot f}{g-f}=\frac{0.18m\cdot 0.1m}{0.18m-0.1m}=0.225m\underline{\underline{=225mm}}$$

Aufgabe 7
Das Bild an einer Sammellinse sei verkleinert, umgekehrt und reell. Was können Sie über die Gegenstandsweite und die Bildweite sagen?

1. Fall Die Gegenstandsweite g ist grösser als 2mal die Brennweite f
g > 2f

→ Die Bildweite b ist zwischen der Brennweite und der doppelten Brennweite f
→ 2f > b > f

Aufgabe 8
Eine Linse hat eine Brennweite von f = 15 cm und bildet einen 5 cm hohen Gegenstand 25 cm hinter der Linse ab. Bestimmen Sie die Gegenstandsweite.

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b} \longrightarrow g=\frac{b\times f}{b-f}=\frac{0{,}25m\times 0{,}15m}{0{,}25m-0{,}15m}=0{,}375m$$

Aufgabe 9
Ein 5 cm hoher Gegenstand steht 20 cm vor einer Linse mit der Brennweite f = 15 cm.
Wie gross sind die Bildweite, die Bildgrösse und die Vergrösserung (Abbildungsmassstab)?

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b} \longrightarrow b=\frac{g\times f}{g-f}=\frac{0{,}2m\times 0{,}15m}{0{,}2m-0{,}15m}=0{,}6m=600mm$$

$$\frac{B}{G}=\frac{b}{g} \longrightarrow B=\frac{G\times b}{g}=\frac{0{,}05m\times 0{,}6m}{0{,}2m}=0{,}15m$$

$$A=\frac{B}{G}=\frac{0{,}15m}{0{,}05m}=3$$

Aufgabe 10
Ein Gegenstand steht 20 cm vor einer Zerstreuungslinse mit der Brennweite f = –16 cm.
Wie weit ist das Bild von der Linse entfernt? Um welche Art von Bild handelt es sich?

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b} \longrightarrow b=\frac{g\times f}{g-f}=\frac{0{,}2m\times(-0{,}16m)}{0{,}2m-(-0{,}16m)}=$$ -0.089m

Es handelt sich um ein virtuelles Bild

Aufgabe 11
Eine Linse mit der Brennweite f = 8 cm erzeugt ein Bild im Abstand von 50 cm von der Linse entfernt. Bestimmen sie die Gegenstandsweite, den Abbildungsmassstab und den Brechwert der Linse.

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b} \longrightarrow g=\frac{b\times f}{b-f}=\frac{0{,}5m\times 0{,}08m}{0{,}5m-0{,}08m}=0{,}095m$$

$$A=\frac{B}{G}=\frac{b}{g}=\frac{0{,}5m}{0{,}095m}=5{,}25$$

$$D=\frac{1}{f}=\frac{1}{0{,}08m}=12{,}5dpt$$

Aufgabe 12
Durch eine Linse mit dem Brechwert D = 5 dpt soll ein Gegenstand 5-fach vergrössert werden. Welche Brennweite hat die Linse und wie weit vor der Linse muss der Gegenstand platziert werden?

$$D = \frac{1}{f} \longrightarrow f = \frac{1}{D} = \frac{1}{5m^{-1}} = 0{,}2m$$

$$A = \boxed{\frac{b}{g} = 5} \longrightarrow b = \boxed{5 \times g}$$

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}} = \frac{1}{g} + \frac{1}{5g} = \frac{5}{5g} + \frac{1}{5g} = \frac{6}{5g} \qquad g = \frac{6 \times f}{5} = \frac{6 \times 0{,}2m}{5} = 0{,}24m$$

Aufgabe 13– Sammellinse

In welcher Entfernung von einer Sammellinse mit einer Brennweite von 3 cm wird ein Gegenstand scharf abgebildet, wenn dieser sich 9 cm vor der Linse befindet?

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \rightarrow \underline{b} = \frac{g \cdot f}{g - f} = \frac{0.09m \cdot 0.03m}{0.09m - 0.03m} = 0.045m \underline{\underline{= 4.5cm}}$$

Aufgabe 14 – Fotoapparat

Mit einer Kleinbildkamera der Brennweite 50 mm soll eine Person mit der Körpergrösse von 1.8 m im Hochformat formatfüllend fotografiert werden. Bei Hochformat beträgt die maximale Bildgrösse 36 mm. Wie gross muss die Gegenstandsweite sein?

$$\frac{B}{G} = \frac{0.036m}{1.8m} = 0.02$$

Demzufolge gilt auch:

$$\frac{b}{g} = 0.02$$

Umgeformt nach b:

$$b = 0.02 \cdot g$$

Gemäss umgeformter Linsengleichung gilt:

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b}$$

b ersetzen mit 0.02·g:

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{0.02g} \rightarrow \frac{1}{g} = \frac{1}{f} - \frac{50}{g} \rightarrow \frac{51}{g} = \frac{1}{f} \rightarrow g = 51 \cdot f$$

Gegenstandsweite berechnen:

$$\underline{g} = 51 \cdot f = 51 \cdot 0.05m \underline{\underline{= 2.55m}}$$

Aufgabe 15 – Abbildung vom Mond
Mit der gleichen Kleinbildkamera wie in Aufgabe 23) soll der Mond (G = 3'476 km und g = 384'400 km) abgebildet werden.
a) Berechnen Sie die Bildgrösse.
b) Berechnen Sie die Bildgrösse des Mondes, wenn Sie als Objektiv ein Teleskop mit einer Brennweite von 1'500 mm nehmen würden.

a)

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\rightarrow b=\frac{g\cdot f}{g-f}=\frac{384400000m\cdot 0.05m}{384400000m-0.05m}=0.05m\approx f$$

$$\frac{B}{G}=\frac{b}{g}\rightarrow \underline{B=}\frac{G\cdot b}{g}=\frac{3476000m\cdot 0.05m}{384400000m}=0.000452m\underline{\underline{=0.452mm}}$$

b)

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\rightarrow b=\frac{g\cdot f}{g-f}=\frac{384400000m\cdot 1.5m}{384400000m-1.5m}=1.5m\approx f$$

$$\frac{B}{G}=\frac{b}{g}\rightarrow \underline{B=}\frac{G\cdot b}{g}=\frac{3476000m\cdot 1.5m}{384400000m}=0.0136m\underline{\underline{=13.6mm}}$$

Näherung:

Ist die Gegenstandweite g sehr viel grösser als die Bildweite, dann kann folgendes angenommen werden:

$$g=\infty$$

Daraus folgt:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\quad\rightarrow\quad\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{\infty}\quad\rightarrow\quad\frac{1}{f}=\frac{1}{b}\quad\rightarrow\quad\underline{\underline{f=b}}$$

Die Brennweite f entspricht der Bildweite b.

Aufgabe 16 – Lupe
Eine Sammellinse (f = 5 cm) soll als Lupe zur Betrachtung eines 4.9 cm entfernten Objektes der Grösse 1 mm benutzt werden. Wie gross ist das Bild und wo entsteht es?

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}\rightarrow b=\frac{g\cdot f}{g-f}=\frac{0.049m\cdot 0.05m}{0.049m-0.5m}=-2.45m$$

$$\frac{B}{G}=\frac{b}{g}\rightarrow \underline{B=}\frac{G\cdot |b|}{g}=\frac{0.001m\cdot 2.45m}{0.049m}=0.05m\underline{\underline{=50mm}}$$

Die negative Bildweite b deutet auf ein virtuelles Bild hin, d.h. es entsteht auf der Gegenstandsseite.

Aufgabe 17 – Linsensystem
Ein Objektiv besteht aus den drei eng aneinander liegenden Linsen mit Brennweiten von 70 mm, 95 mm und 115 mm. Welche Brennweite besitzt dieses Objektiv?

$$D_{ges} = \frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} = \frac{1}{0.07m} + \frac{1}{0.095m} + \frac{1}{0.115m} = 33.5dpt \rightarrow \underline{f_{ges}} = 0.0298m \underline{\underline{= 29.8mm}}$$

Aufgabe 18 – Linsensystem
Die Brennweite eines Linsensystems beträgt 55 mm. Es besteht aus drei eng benachbarten Linsen. Die Linse 1 hat eine Brennweite von 100 mm, die zweite Linse einen Brechwert von 6 dpt. Welche Brennweite besitzt die dritte Linse des Systems?

$$\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} \rightarrow$$

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{f_{ges}} - \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_{ges}} - \frac{1}{f_1} - D_2 = \frac{1}{0.055m} - \frac{1}{0.1m} - 6dpt = 2.18dpt$$

$$\rightarrow f_3 = \frac{1}{2.18dpt} = 0.458m \underline{\underline{= 458mm}}$$

Aufgabe 19
Welche Aussage ist falsch?

(B): Ist der Brechwert kleiner als 1, deutet das auf ein virtuelles Bild hin.

Richtige Antwort wäre:
Ist der Brechwert kleiner als 0, d.h. negativ, deutet dies auf ein virtuelles Bild hin.